LEZIONI DI STATISTICA MEDICA

CORSO DI LAUREA IN MEDICINA E CHIRURGIA

A.A. 2004/2005

Prof. Roberto de Marco

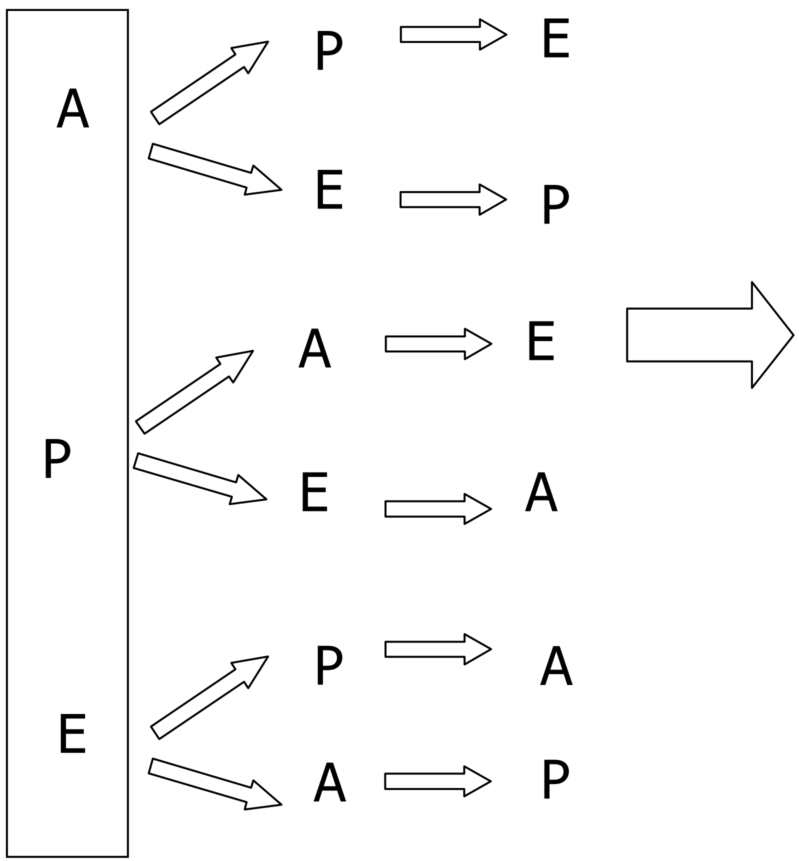
Lezione n.

- Calcolo combinatorio

Sezione di Epidemiologia & Statistica Medica
Università degli Studi di Verona

Esempio

Scrivere tutti i possibili anagrammi della parola APE:



APE
AEP
PAE
PEA
EPA
EAP

6 possibili anagrammi

Fisso la prima lettera: 3 alternative ⇒ Per ogni lettera fissata, mi rimangono 2 lettere alternative ⇒ N° permutazioni possibili = $3 \times 2 = 3 \times 2 \times 1 = 3!$

Definizione: I diversi modi con cui *n* oggetti distinti possono essere disposti, prendono il nome di **permutazioni**

In generale il numero di possibili permutazioni è dato da:

$$P_{n=n}\;P=n*(n-1)*(n-2)*\ldots 1=n!$$

n fattoriale

N.B: $0!=1$

Esercizio : si consideri un codice formato da 8 caratteri; i primi 3 sono costituiti dalle lettere A,B,C e gli ultimi numeri da 1 e 5. Quanti codici diversi si possono ottenere?

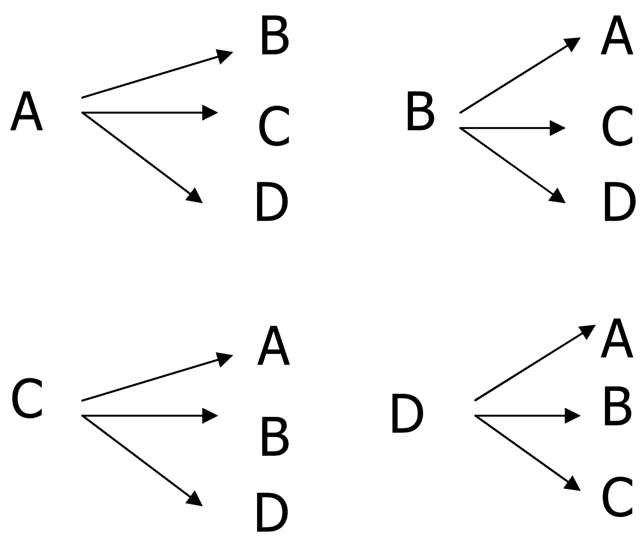
1° stadio: parte letterale: $P_3=3!=3x2x1=6$

2° stadio: parte numerica: $P_5=5!=5x4x3x2x1=120$

N° codici possibili: $P_3xP_5=6x120=720$

Esempio

Date 4 lettere A,B,C,D, quante stringhe lunghe 2 caratteri è possibile formare?



AB	AC	AD
BA	BC	BD
CA	CB	CD
DA	DB	DC

N.B: la stringa AB viene considerata diversamente rispetto a BA: conta l'<u>ordine</u> degli elementi!

Per ogni lettera abbiamo 3 alternative ⇒ N° possibili stringhe: $4x3=4x(4-2+1)=12$

Definizione: I diversi modi con cui *n* oggetti presi *k* alla volta possono essere permutati è detto **disposizione**

In generale il numero di possibili disposizioni è dato da

$$\mathbf{D_{n,k} = {}_nP_k = nx(n-1)x(n-2)x\ldots.x(n-k+1) = n!/(n-k)!}$$

Nell'esempio: $D_{4,2}$=4x3= 4!/(4-2)!= 4x3x2x1/2x1=12

Esempio   Date 4 lettere A,B,C,D, se ne scelgano 2: quanti gruppi di 2 lettere è possibile formare?

AB	AC	AD
BA	BC	BD
CA	CB	CD
DA	DB	DC

Tutte le possibili disposizioni

AB	AC	AD
	BC	BD
		CD

Tutte le possibili combinazioni

N.B: le stringhe AB e BA vengono contate una volta sola: non importa l'ordine con cui le lettere vengono scelte!

N° possibili gruppi: $(4x3x2)/2= (4x3x2)/2*(4-2) =24/4=6$

Definizione: I diversi modi con cui si possono formare *k* gruppi da *n* oggetti è detto **combinazione**

In generale il numero di possibili combinazioni di *n* oggetti in *k* gruppi è dato da:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

N.B: $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Esercizio : in una famiglia ci sono 5 figli: quante combinazioni di 3 maschi e 2 femmine si possono avere?

$$C_{n,k} = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5x4x3x2x1}{(3x2x1)x(2x1)} = 10$$

Esercizio 3: in una lista di 20 donatori volontari di sangue 5 sono di gruppo A. Se 3 individui sono selezionati a caso qual è la probabilità che:

Non importa l'ordine di estrazione dei soggetti

1. Tutti e 3 siano di gruppo A

Casi possibili: tutti i possibili gruppi di 3 persone, estratte da un gruppo di 20: $\binom{20}{3}$

Casi favorevoli: tutti i possibili gruppi di 3 persone, estratte da un gruppo di 5: $\binom{5}{3}$

$$P(A \cap A \cap A) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{\frac{5!}{3!2!}}{\frac{20!}{3!17!}} = \frac{10}{1140} = 0.009$$

2. Almeno 1 sia del gruppo A

P(almeno 1 A)=P(A o AA o AAA)=P(A)+P(AA)+P(AAA)

$$P(A) = \frac{\binom{5}{1}\binom{15}{2}}{\binom{20}{3}} = \frac{\frac{5!}{3!2!}\,\frac{15!}{2!13!}}{\frac{20!}{3!17!}} = \frac{105x5}{1140} = 0.46$$

SESM

$$P(AA) = \frac{\binom{5}{2}\binom{15}{1}}{\binom{20}{3}} = \frac{\frac{5!}{3!2!}\frac{15!}{1!13!}}{\frac{20!}{3!17!}} = \frac{10x15}{1140} = 0.13$$

P(almeno 1 A)=P(A o AA o AAA)=P(A)+P(AA)+P(AAA)=0.46+0.13+0.009=0.60

Oppure:

P(almeno 1 A)=1-P(nessun A)=1-0.40=0.60

$$P(nessunA) = \frac{\binom{15}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{\frac{15!}{3!12!}}{\frac{20!}{3!17!}} = \frac{455}{1140} = 0.40$$

SESM